

Limites
---------

Déterminer des équivalents simples des fonctions suivantes (exercices 1 à 9):

- |   |   |   |
|---|---|---|
| 1) $\cos(x) - \cos(2x)$ en 0                | 2) $\sqrt{x^2+1} - \sqrt{x^2-1}$ en $+\infty$ | 3) $\tan(x)$ en $-\pi/2$                                    |
| 4) $\ln^2(x) - \ln^2(x+1)$ en $+\infty$     | 5) $x^{\sin(x)} - 1$ en $0^+$                 | 6) $\ln(e^x + x^e)$ en $+\infty$                            |
| 7) $\frac{2}{1-x^2} - \frac{3}{1-x^3}$ en 1 | 8) $\cos(x) + \sin(x) - 1$ en $\frac{\pi}{2}$ | 9) $\left(\frac{\ln(x+1)}{\ln x}\right)^x - 1$ en $+\infty$ |

Déterminer les limites suivantes (exercices 10 à 33):

- |  |  |   |
|--|--|---|
| 10) $x \ln(x) - x \ln(x+3)$ en $+\infty$                                       | 11) $\sqrt{x^3+x^2} - \sqrt{x^3-x^2}$ en $+\infty$                                   | 12) $\frac{2-\cos(x)-\cos(2x)}{\tan^2(x)}$ en 0               |
| 13) $\frac{x^a-1}{x^b-1}$ en 1 ( $a, b \in \mathbb{R}$ )                       | 14) $\frac{\sin(2\pi x)}{\sin(5\pi x)}$ en 1   | 15) $\frac{\sin(x)-\sin(e)}{\ln(x)-1}$ en e                   |
| 16) $\frac{1}{x} \ln(\operatorname{ch}(x))$ en $+\infty$                       | 17) $\ln(x) \ln(\ln(x))$ en $1^+$  | 18) $x \left\lfloor \frac{1}{x} \right\rfloor$ en 0           |
| 19) $\tan(x) \left(1 - \tan\left(\frac{x}{2}\right)\right)$ en $\frac{\pi}{2}$ | 20) $\frac{b^a x}{a^b x}$ en $+\infty$ ( Avec $1 < a < b$ )                          | 21) $(\cos(\sqrt{x}))^{\frac{1}{x}}$ en $0^+$                 |
| 22) $\tan(2x) \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$ en $\frac{\pi}{4}$           | 23) $\sin\left(\frac{1}{x}\right) \tan\left(\frac{2\pi x}{4x+1}\right)$ en $+\infty$ | 24) $\left(\frac{\lfloor x \rfloor}{x}\right)^x$ en $+\infty$ |
| 25) $(2x^2 - 3x + 1) \tan(\pi x)$ en $\frac{1}{2}$                             | 26) $\frac{a^x - b^x}{a^x + b^x}$ en $+\infty$ et $-\infty$ ( $0 < a < b$ )          | 27) $\ln(x)^{\ln(x-e)}$ en $e^+$                              |
| 28) $(x-1)^{x+1} - (x+1)^{x-1}$ en $+\infty$                                   | 29) $\left(\frac{3^x+5^x}{2}\right)^{\frac{1}{x}}$ en $0^+$                          | 30) $(-2^x + 3)^{\frac{1}{\ln x}}$ en 1                       |
| 31) $\sqrt[3]{x^3+x^2} - x$ en $+\infty$                                       | 32) $\sin\left(\sqrt{x^2+x}\right) - \sin x$ en $+\infty$                            | 33) $\frac{\sqrt{x+8}-3}{\sqrt[3]{x}-1}$ en 1                 |

34) Prouver que le théorème:  $\begin{cases} f(x) \text{ n'a pas de limite si } x \rightarrow +\infty \\ g(x) \text{ tend vers } +\infty \text{ si } x \rightarrow +\infty \end{cases} \Rightarrow f(g(x)) \text{ n'a pas de limite si } x \rightarrow +\infty$  est faux.

35) Trouver limite et équivalent simple en 0, en  $+\infty$ , en  $-\infty$  pour  $f(x) = \frac{x\sqrt{x^2+1}}{x+1-\sqrt{x^2+1}}$ .