

Systèmes linéaires

1) Résoudre (S) :
$$\left(\begin{array}{ccc|c} -2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & -3 & 3 \end{array} \right)$$

2) Résoudre
$$\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 3 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 3 & 2 \\ 3 & 4 & -5 & -4 \end{array} \right).$$

3) Discuter et résoudre
$$\left(\begin{array}{ccc|c} 3 & 1 & -1 & -1 \\ 5 & 2 & -2 & a \\ 4 & 1 & -1 & 1 \end{array} \right)$$
 avec $a \in \mathbb{R}$. 4) Soit $a \in \mathbb{R}$. Résoudre (S) :
$$\left(\begin{array}{ccc|c} -2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & -2 & a \end{array} \right)$$

5) Résoudre :
$$\begin{cases} 4x + 11y = 37 \\ x + 2y - 3z = 4 \\ x + 3y + z = 11 \\ 2x + 5y - 4z = 13 \end{cases}$$

6) Discuter et résoudre
$$\begin{cases} x + y + z + t = a \\ x - y - z + t = b \\ -x - y + z + t = c \\ -3x + y - 3z - 7t = d \end{cases} \quad (a, b, c, d \in \mathbb{R})$$

7) Déterminer la matrice échelonnée réduite par ligne de $M = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & -1 & 0 \\ 2 & -2 & 3 & -1 & 2 \\ 4 & -2 & 6 & -3 & 3 \end{pmatrix}$

8) Résoudre
$$\begin{cases} x^3 y^2 z^6 = 1 \\ x^4 y^5 z^{12} = 2 \\ x^2 y^2 z^5 = 3 \end{cases} \text{ dans } \mathbb{R}^{+*}.$$

9) Discuter et résoudre
$$\begin{cases} (a+1)x + y + z = 1 \\ x + (a+1)y + z = a \\ x + y + (a+1)z = a^2 \end{cases} \text{ avec } a \in \mathbb{R}.$$

10) Discuter et résoudre
$$\begin{cases} (m-1)x + my + z = m+1 \\ mx + 2y + 3z = 3 \\ (m+1)x + my + (m-1)z = -m-1 \end{cases} \text{ avec } m \in \mathbb{C}.$$

11) Discuter et résoudre
$$\begin{cases} x + ay + a^2 z = a^3 \\ x + by + b^2 z = b^3 \\ x + cy + c^2 z = c^3 \end{cases}, \text{ avec } a, b, c \text{ complexes.}$$

12) Discuter et résoudre
$$\begin{cases} x + ay + bz = a \\ x + by + az = b \\ ax + y + bz = a \\ bx + y + az = b \end{cases} \text{ (avec } a, b \in \mathbb{C}).$$
 13) Résoudre
$$\begin{cases} ax + y + z = 1 \\ x + ay + z = b \\ x + y + az = 0 \end{cases} \text{ avec } a, b \text{ réels donnés.}$$

14) Discuter et résoudre
$$\begin{cases} x + y + (2m-1)z = 1 \\ mx + y + z = 1 \\ x + my + z = 3m + 3 \end{cases} \quad (m \in \mathbb{C})$$

15) Discuter et résoudre A :
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2a_1 \\ x_2 + x_3 = 2a_2 \\ x_3 + x_1 = 2a_3 \end{cases}$$
 puis B :
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2a_1 \\ x_2 + x_3 = 2a_2 \\ x_3 + x_4 = 2a_3 \\ x_4 + x_1 = 2a_4 \end{cases}$$
 puis C :
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2a_1 \\ x_2 + x_3 = 2a_2 \\ \vdots \\ x_{n-1} + x_n = 2a_{n-1} \\ x_n + x_1 = 2a_n \end{cases} \text{ avec } a_i \in \mathbb{R}.$$

16) Soient $a, b, c \in \mathbb{R}$. Résoudre (S) :
$$\left(\begin{array}{ccc|c} 0 & 1 & 1 & a \\ 1 & 0 & 1 & b \\ 1 & 1 & 0 & c \end{array} \right)$$
 d) Soient $a, b, c, d \in \mathbb{R}$. Résoudre (S) :
$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 0 & 0 & a \\ 0 & 1 & 1 & 0 & b \\ 0 & 0 & 1 & 1 & c \\ 1 & 0 & 0 & 1 & d \end{array} \right)$$